Astăzi vei învăţa despre:

Congruenţa triunghiurilor

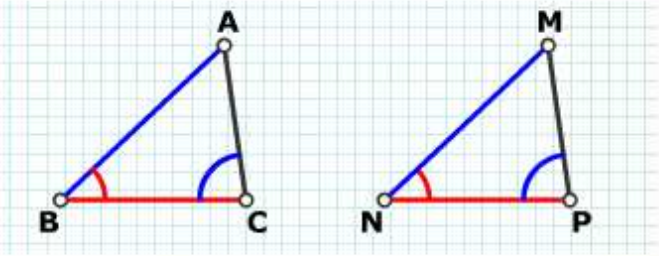
La sfârşitul acestei lecţii vei putea:

- să cunoşti noţiunea de triunghiuri congruente;
- să cunoşti cazurile în care putem decide dacă două triunghiuri sunt congruente;
- să cunoşti cazurile de congruenţă pentru triunghiurile dreptunghice.

Congruenţa triunghiurilor

Definiţie

Două triunghiuri sunt congruente dacă au toate laturile şi toate unghiurile respectiv congruente.



Triunghiurile din figura de mai sus sunt congruente.
Vom scrie $\Delta ABC \equiv \Delta MNP$ şi vom citi „triunghiul ABC este congruent cu triunghiul MNP".

Atenţie!

La scrierea congruenţei între două triunghiuri este foarte importantă ordinea literelor; literele care reprezintă vârfurile unghiurilor congruente trebuie să ocupe acelaşi loc în scrierea celor două triunghiuri.

De exemplu, pentru triunghiurile din figura de mai sus, scrierea $\Delta ABC \equiv \Delta PMN$ este greşită.

Dacă $\Delta ABC \equiv \Delta MNP$ atunci, conform definiţiei triunghiurilor congruente, avem:

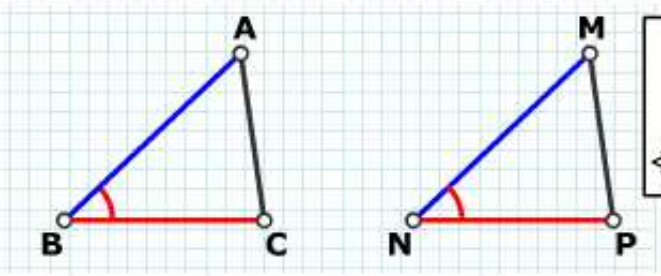
$(AB) \equiv (MN)$
$(AC) \equiv (MP)$
$(BC) \equiv (NP)$
$\sphericalangle BAC \equiv \sphericalangle NMP$
$\sphericalangle ABC \equiv \sphericalangle MNP$
$\sphericalangle ACB \equiv \sphericalangle MPN$

Pentru a dovedi că două triunghiuri sunt congruente nu trebuie să avem toate cele şase congruenţe de mai sus; sunt suficiente anumite trei congruenţe şi anume cele pe care le-am întâlnit la construcţia triunghiurilor.

Aşadar vom avea următoarele cazuri de congruenţă:

1. LUL

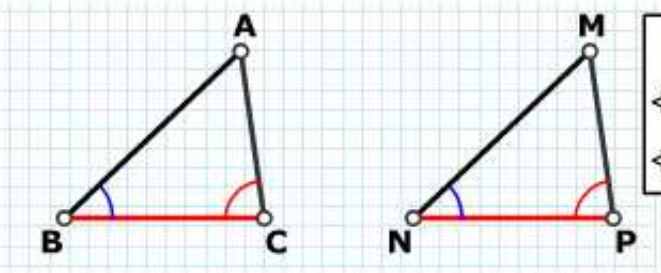
Dacă două triunghiuri au câte două laturi respectiv congruente şi unghiurile dintre ele congruente, atunci ele vor fi congruente.



$$\left.\begin{array}{l}(BC)\equiv(NP)\\(AB)\equiv(MN)\\\sphericalangle ABC\equiv\sphericalangle MNP\end{array}\right\}\xrightarrow{LUL}\Delta ABC\equiv\Delta MNP$$

2. ULU

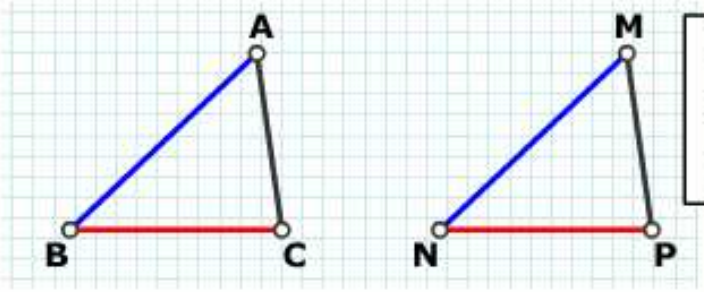
Dacă două triunghiuri au o pereche de laturi congruente şi unghiurile alăturate lor respectiv congruente, atunci triunghiurile sunt congruente.



$$\left.\begin{array}{l}(BC)\equiv(NP)\\\sphericalangle ABC\equiv\sphericalangle MNP\\\sphericalangle ACB\equiv\sphericalangle MPN\end{array}\right\}\xrightarrow{ULU}\Delta ABC\equiv\Delta MNP$$

3. LLL

Dacă două triunghiuri au toate laturile respectiv congruente, atunci triunghiurile sunt congruente.



$$\left.\begin{array}{l}(BC)\equiv(NP)\\(AB)\equiv(MN)\\(AC)\equiv(MP)\end{array}\right\}\xrightarrow{LLL}\Delta ABC\equiv\Delta MNP$$

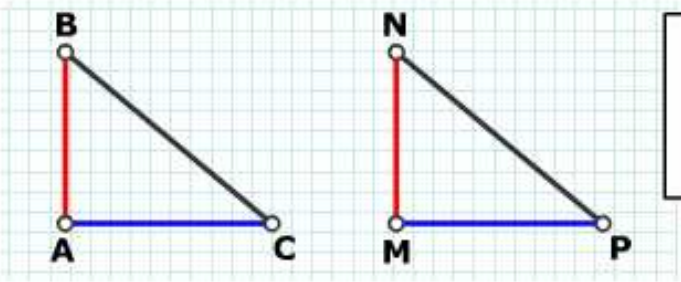
Deoarece triunghiurile dreptunghice au un unghi drept, pentru ele avem cazuri speciale de congruenţă, în care sunt suficiente numai două elemente (altele decât unghiul drept).

Aceste cazuri sunt:

CATETA - CATETA

1. CC

Dacă două triunghiuri dreptunghice au catetele respectiv congruente, atunci triunghiurile sunt congruente



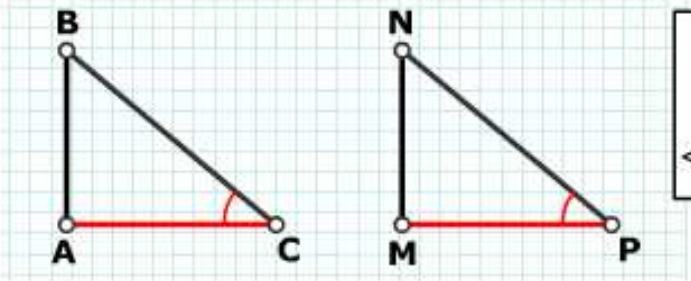
ΔABC şi ΔMNP sunt dreptunghice

$$\left.\begin{array}{l}(AB)\equiv(MN)\\(AC)\equiv(MP)\end{array}\right\}\xrightarrow{CC}\Delta ABC\equiv\Delta MNP$$

CATETA - UNGHI

2. CU

Dacă două triunghiuri dreptunghice au o pereche de catete congruente şi o pereche de unghiuri ascuţite congruente atunci triunghiurile sunt congruente.



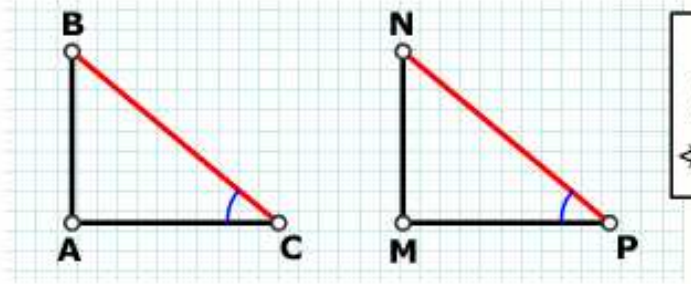
ΔABC şi ΔMNP sunt dreptunghice

$$\left.\begin{array}{l}(AC)\equiv(MP)\\\sphericalangle ACB\equiv\sphericalangle MPN\end{array}\right\}\xrightarrow{CU}\Delta ABC\equiv\Delta MNP$$

IPOTENUZA - UNGHI

3. IU

Dacă două triunghiuri dreptunghice au ipotenuzele respectiv congruente şi o pereche de unghiuri ascuţite congruente, atunci triunghiurile sunt congruente.



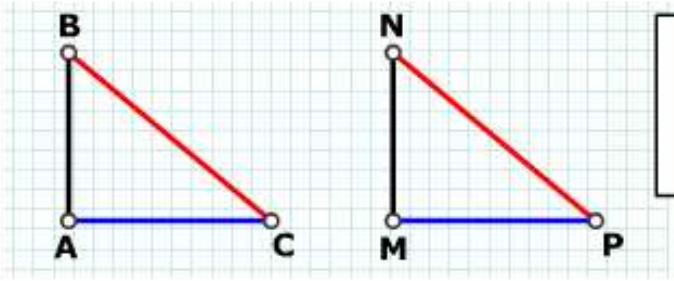
ΔABC şi ΔMNP sunt dreptunghice

$$\left.\begin{array}{l}(BC)\equiv(NP)\\\sphericalangle ACB\equiv\sphericalangle MPN\end{array}\right\}\xrightarrow{IU}\Delta ABC\equiv\Delta MNP$$

CATETA - IPOTENUZA

4. CI

Dacă două triunghiuri dreptunghice au ipotenuzele şi câte o catetă respectiv congruente, atunci triunghiurile sunt congruente.



ΔABC şi ΔMNP sunt dreptunghice

$$\left.\begin{array}{l}(BC) \equiv (NP)\\(AC) \equiv (MP)\end{array}\right\} \xrightarrow{CI} \Delta ABC \equiv \Delta MNP$$